

20.11.23 1ст

математика

Тема: «Физический смысл производной»

$f(x)$	$f'(x)$
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$

1. $c' = 0, c = \text{const}$

2. $(x^n)' = nx^{n-1}$

3. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

4. $(e^x)' = e^x$

5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

7. $(\sin x)' = \cos x$

8. $(\cos x)' = -\sin x$

9. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

10. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

11. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

14. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

15. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

16. $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$

17. $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$

18. $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$

19. $(\operatorname{th} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

Правила вычисления производных

1. $(U + Y)' = U' + Y'$	3. $(U * Y)' = U' * Y + U * Y'$
2. $(k * U)' = k * (U)'$	4. $\left[\frac{U}{Y} \right]' = \left[\frac{U' * Y - U * Y'}{Y^2} \right]$

Представим себе, что мы едем на автомобиле по прямолинейному шоссе, при этом спидометр все время показывает одно и то же - 100 км/ч. Если мы ехали так в течение двух часов, то мы проехали 200км. Такие задачи даются и решаются в начальной школе. Скорость постоянна, и можно пользоваться формулой $S=vt$. Кроме того, если дан путь пройденный автомобилем, и время за которое он этот путь проехал, то можно найти среднюю скорость автомобиля на этом пути все по той же формуле: $S=vt \rightarrow v=S/t$.

Отметим, что спидометр показывает разные скорости. В начале и в конце движения скорость меньше, большая скорость на прямолинейных участках, где автомобилю ничего не мешает.

Что же такое мгновенная скорость? Мы должны узнать скорость в данный момент, то есть на очень маленьком промежутке пути. Здесь используем понятие производной.

Пусть тело движется прямолинейно и пройденный им путь есть функция от времени: $S=f(t)$. Тогда **мгновенной скоростью** $v(t)$ или просто **скоростью в момент времени t** назовем производную от

пути $S(t)$ по времени t : где $s(m)$ – путь, $v(m/c)$ – скорость, $a(m/c^2)$ – ускорение, $t(c)$ – время.

То есть: $v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t)$

Пример 1 Пусть прямолинейное движение точки для положительных значений t происходит по закону $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 72t + 34$.

Определить момент, при котором скорость движения точки равна 0.

Находим скорость точки $v(t) = S'(t) = 6t^2 - 6t + 72$

Приравняв ее нулю, получаем квадратное уравнение: $6t^2 - 6t + 72 = 0 \rightarrow t^2 - t + 12 = 0$. Его корни $t_1 = -3; t_2 = 4$. Поскольку t по условию положительно, то оставляем положительный корень: $t = 4$.

Ответ: 4с.

Задания:

- 267.**— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. а) Выведите формулу для вычисления скорости движения в любой момент времени t . б) Найдите скорость в момент $t = 2$ с. (Перемещение измеряется в метрах.) в) Через сколько секунд после начала движения точка остановится?
- 268.**— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найдите скорость и ускорение в момент $t = 5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Из физики : второй закон Ньютона $F = m a$, $E_{кин.} = m v^2/2$.

- 274.**— Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой m , движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$.
- 275.**— Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Координата x измеряется в сантиметрах, время t — в секундах. Найдите: а) действующую силу; б) кинетическую энергию E тела через 2 с после начала движения.